

Thermodynamik I Übungsstunde 02

Juncheng Fu (Elias)
11. Oktober 2024

Übungsmaterial



- Die Übungsstunde wird von mir aufgezeichnet!
- **Nicht offiziell**
- (Screen recording) Lade ich später auf YT hoch
- Keine Garantie für Qualität, es ist nur in der Not zu nutzen (Falls Krank...)



Zustandsänderungen idealer & perfekter Gase 01

Ideales Gas

- Ideales Gas = keine Wechselwirkung zwischen Molekülen

Wenn man die Moleküle unendlich weit voneinander machen, dann keine Wechselwirkung mehr.
Oder wenn man sie sehr heiß machen.

3 Stoffmodelle

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$\bar{R}$: const.

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

M : molare Masse
 R : Gas abhängig

$$m = nM$$

Massenspezifisch
[m^3/kg]

$$v = \frac{\bar{v}}{M}$$

Molspezifisch

$$[\text{m}^3/\text{mol}]$$

$$[\text{kg}/\text{mol}]$$

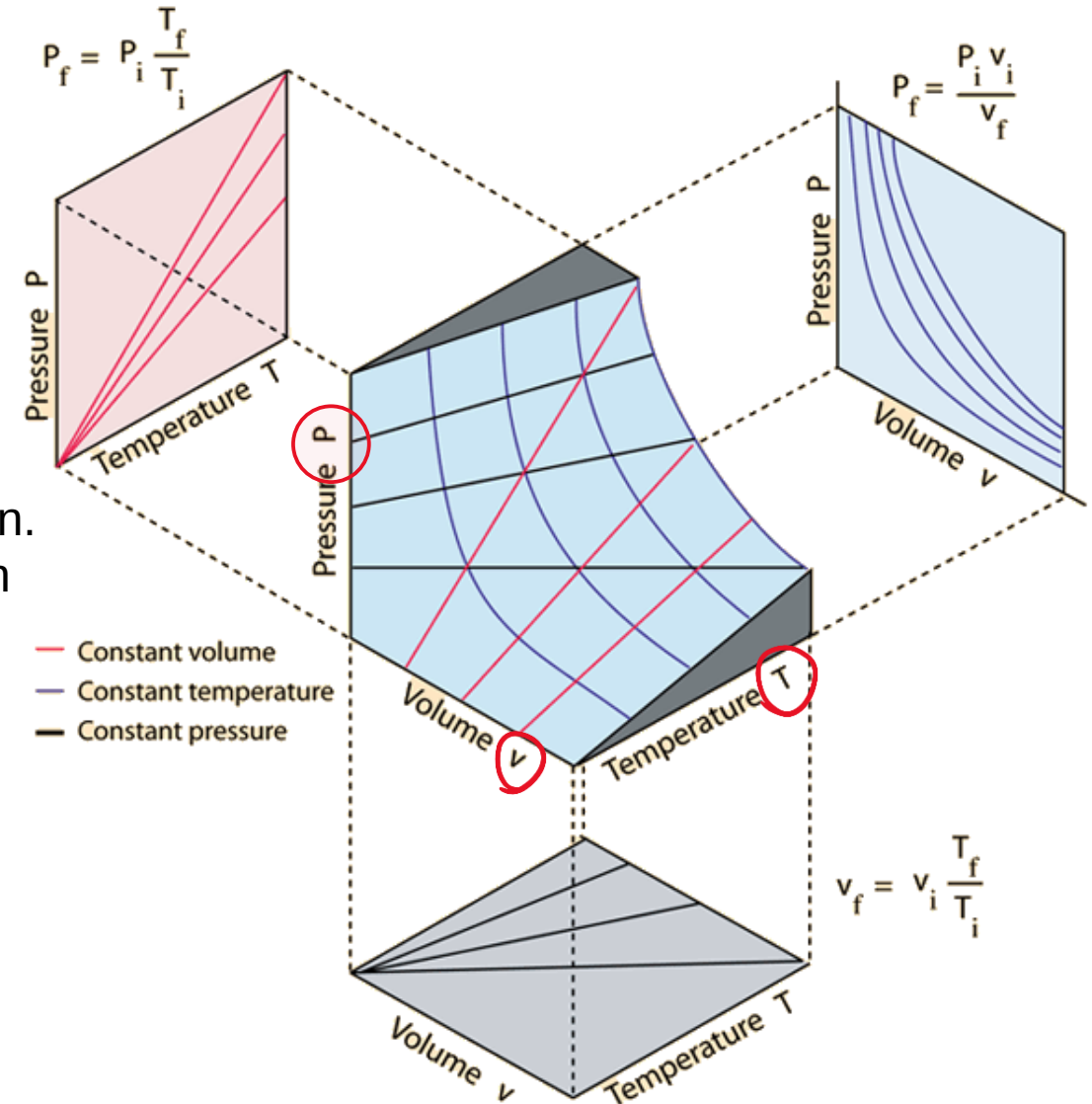
Ideales Gas

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

IG Model p,v,T ist eine klar definierte Flächenfunktion.
Wenn man 2 Variablen davon kennt, dann kann man die 3. ausrechnen.



Zusammenhang u , h und p, v, T

Innere Energie: $u = u(v, T)$
Definition in U01

Enthalpie: $h = h(p, T) = u + p \cdot v$

Vgl. ZF $H = U + pV$

Meistens TAB-Wert

Allgemein:

$$u = u(v, T)$$

$$h = h(p, T)$$

Ideales Gas:

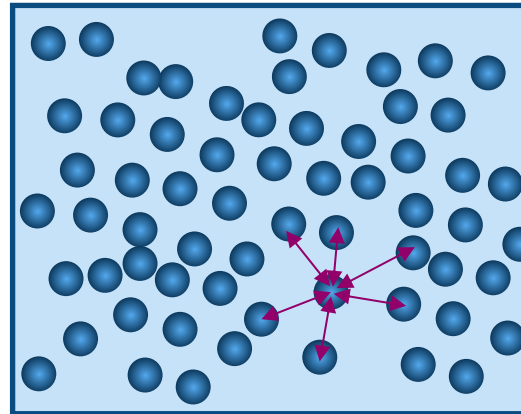
$$u^{\text{ig}} = u(\cancel{v}, T)$$

$$h^{\text{ig}} = h(\cancel{p}, T)$$

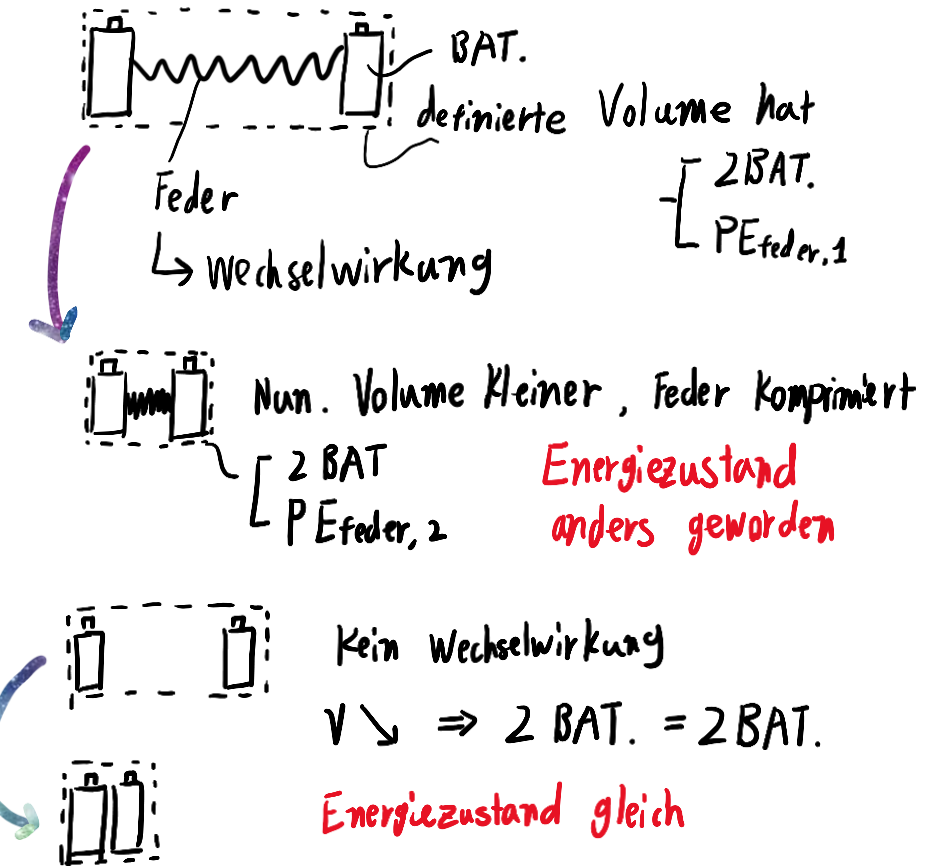
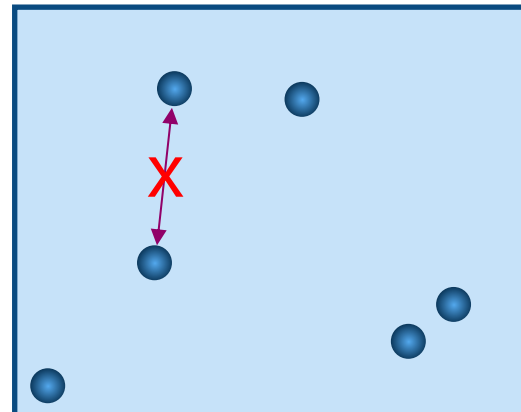
Ideales Gas

Nur die Funktion der Temp.

Realstoff



Ideales Gas



Zusammenhang u , h und p, v, T

Innere Energie: $u = u(v, T)$
Definition in U01

Enthalpie: $h = h(p, T) = u + p \cdot v$

Vgl.
ZF $H = U + pV$

Meistens TAB-Wert

Allgemein:

$$u = u(v, T)$$

$$h = h(p, T)$$

Ideales Gas:

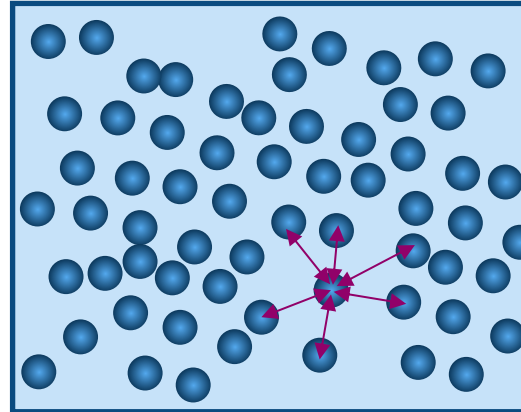
$$u^{\text{ig}} = u(\cancel{v}, T)$$

$$h^{\text{ig}} = h(\cancel{p}, T)$$

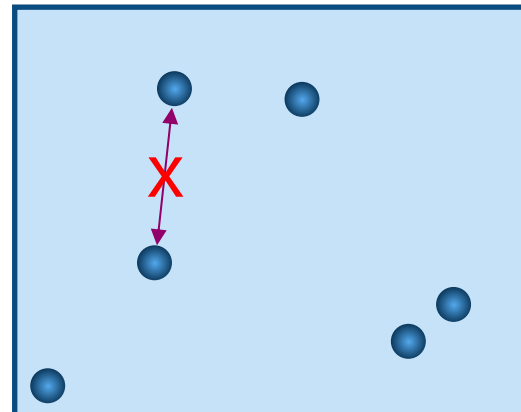
Ideales
Gas

Nur die Funktion der Temp.

Realstoff



Ideales Gas



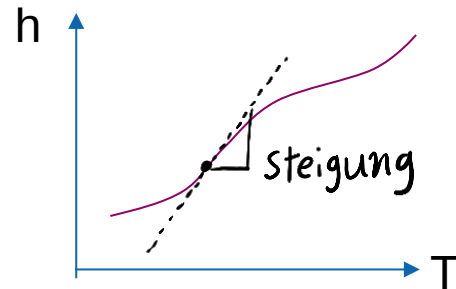
Keine Wechselwirkung:
innere Energie von Volume und
Druck unabhängig

Dann ist U und H nur die Funktion
der Temp.

$$H = U + pV \quad pV = mRT$$

Zusammenhang u , h und p, v, T

Wärmekapazität



1K Temp. Änderung,
wie viel Energie Änderung

Ideales
Gas

Ideales Gas:

$$u^{\text{ig}} = u(\cancel{p}, T)$$

$$h^{\text{ig}} = h(\cancel{p}, T)$$

Nur die Funktion der Temp.

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

$$c_v^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

Wenn Volume const.

$$c_p^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

Wenn Druck const.

$$\kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$$

$$u^{\text{ig}}(T_2) - u^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{\text{ig}}(T) dT$$

$$h^{\text{ig}}(T_2) - h^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{\text{ig}}(T) dT$$

c_v für U
 c_p für H

$$\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

Ideales vs. perfektes Gas

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

$$c_v^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

$$c_p^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

Einziger Unterschied

$$\kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$$

$$u^{\text{ig}}(T_2) - u^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{\text{ig}}(T) dT$$

$$h^{\text{ig}}(T_2) - h^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{\text{ig}}(T) dT$$

Perfektes Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$c_v^{\text{pg}} = \text{const.}$$

$$c_p^{\text{pg}} = \text{const.}$$

$$\kappa = \frac{c_p^{\text{pg}}}{c_v^{\text{pg}}} = \text{const.}$$

$$u^{\text{pg}}(T_2) - u^{\text{pg}}(T_1) = c_v^{\text{pg}}(T_2 - T_1)$$

$$h^{\text{pg}}(T_2) - h^{\text{pg}}(T_1) = c_p^{\text{pg}}(T_2 - T_1)$$

Immer noch nur die Funktion der Temp.

Ideales vs. perfektes Gas

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$c_v^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

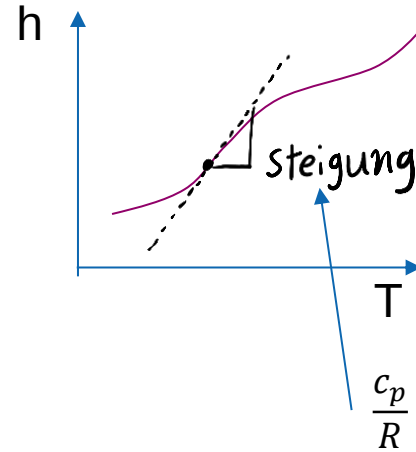
$$c_p^{\text{ig}}(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

$$\kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$$

$$u^{\text{ig}}(T_2) - u^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{\text{ig}}(T) dT$$

$$h^{\text{ig}}(T_2) - h^{\text{ig}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{\text{ig}}(T) dT$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

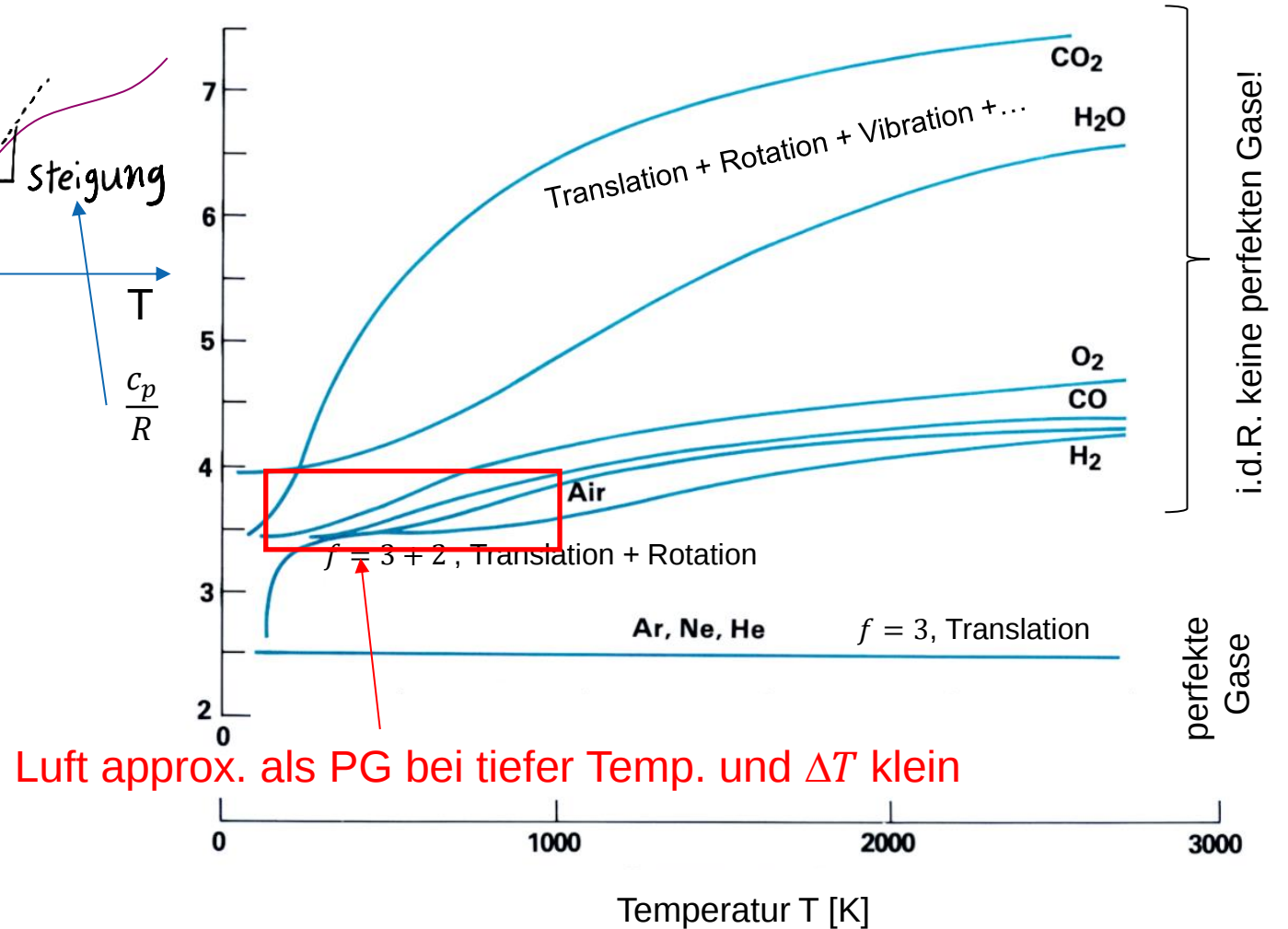


Perfektes Gas

$$c_v^{\text{pg}} = \text{const.} \quad c_p^{\text{pg}} = \text{const.} \quad \kappa = \frac{c_p^{\text{pg}}}{c_v^{\text{pg}}} = \text{const.}$$

$$u^{\text{pg}}(T_2) - u^{\text{pg}}(T_1) = c_v^{\text{pg}}(T_2 - T_1)$$

$$h^{\text{pg}}(T_2) - h^{\text{pg}}(T_1) = c_p^{\text{pg}}(T_2 - T_1)$$





Polytrope Zustandsänderungen idealer Gase

Zustandsänderungen

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

(n : Polytropenexponent)

Isobare

$$p = \text{const.} \quad (n \equiv 0)$$

Isotherme

$$T = \text{const.}$$

Isochore

$$v = \text{const.} \quad (n \rightarrow \infty)$$

Isenthalpe

$$h = \text{const.}$$

Isentrope

$$s = \text{const.}$$

↗ Entropie

$$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n$$

Gilt immer

Zustandsänderungen idealer Gase

Isotherme

$$n = 1$$

Isentrope

$$n = \kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$$

Polytropes

Temperaturverhältnis

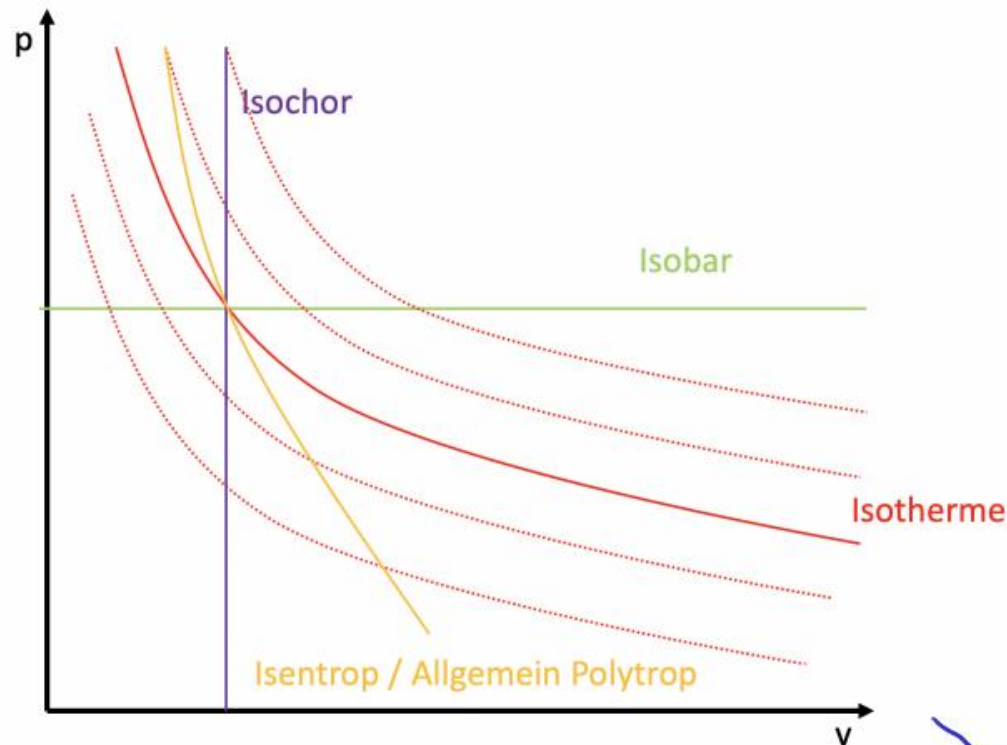
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}$$

Beziehung zw. $R, c_p^{\text{ig}}, c_v^{\text{ig}}, M$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

p-v-Diagramm

Auf der ZF, die ich verwendet habe, findet ihr auch das Graph.



Achtung: Je grösser n oder κ , desto steiler ist die Kurve im pv-Diagramm.

https://n.ethz.ch/~juncfu/Thermo_1_TA/my_ZF_Thermo_1/ZF_rtim_ThD-1_EF_2023-01-23.pdf

Achtung: Bei der Prüfung nur die ZF von der Institut!

Und TAB und TR.

Man kann was von der 3rd-Party ZF gucken oder lernen, aber bitte übt mehr mit der offiziellen ZF!



LESE

epse
ENERGY & PROCESS SYSTEMS ENGINEERING

Vorrechenübung





Vorrechenübung

Aufgabe 2.1 ●●○ Kreisprozess ideales Gas

In einem **geschlossenen System** durchlaufen 1.5 kg **Luft (ideales Gas)** folgenden Kreisprozess:

Prozess 1–2: **Isobare** Expansion von 400 K auf 550 K

Prozess 2–3: **Isotherme** Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Prozess 3–4: **Isochore** Abkühlung

Prozess 4–1: **Polytrope** Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

a) Skizzieren Sie den Prozess im **p - v -Diagramm**.



Erstmal hilfreicher Formel finden!

Aus ZF:

4 Zustandsänderungen

Zustandsänderungen

Polytrope	$pV^n = \text{const.}$ (n : Polytropenexponent)
Isobare	$p = \text{const.}$ ($n \equiv 0$)
Isotherme	$T = \text{const.}$
Isochore	$v = \text{const.}$ ($n \rightarrow \infty$)
Isenthalpe	$h = \text{const.}$
Isentrope	$s = \text{const.}$

Zustandsänderungen idealer Gase

Isotherme	$n = 1$
Isentrope	$n = \kappa = \frac{c_p^{\text{ig}}}{c_v^{\text{ig}}}$
Polytropes Temperaturverhältnis	$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$



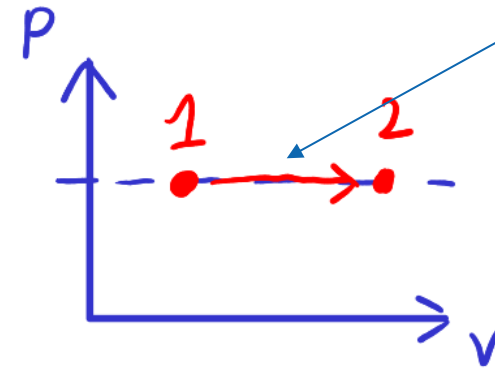
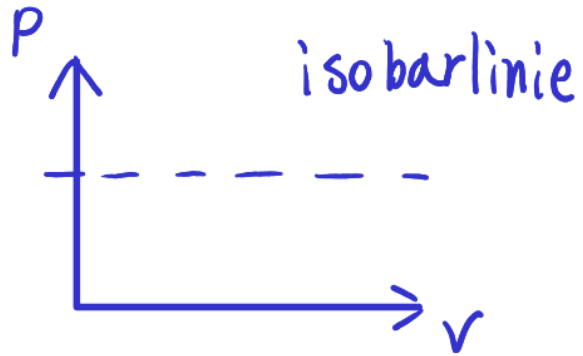
Prozess 1–2:

Isobare Expansion von 400 K auf 550 K

Isobare

$$p = \text{const.} \quad (n \equiv 0)$$

Expansion = Volume vergrößern





Prozess 2–3:

Isotherme Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Isotherme

$$T = \text{const.}$$

Isotherme

$$n = 1$$

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

(n: Polytropenexponent)

$$\left. \begin{array}{l} n = 1 \\ pV^n = \text{const.} \end{array} \right\} \Rightarrow P_i V_i = C$$

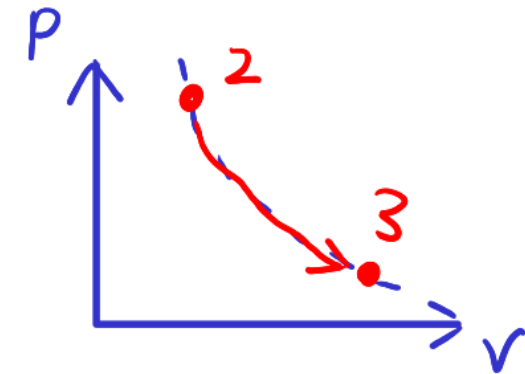
Herleitung zu isotherme Graph

$$pV = \text{Const.} = C$$

y-Achse : p

x-Achse : v

$$\Rightarrow p = \frac{C}{v} \Rightarrow y = \frac{C}{x} \Rightarrow$$

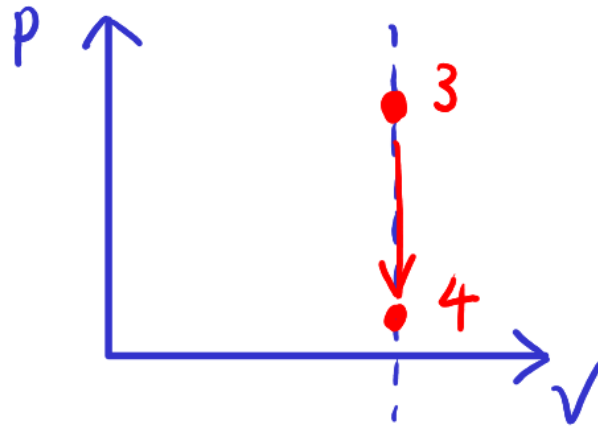


Prozess 3–4:

Isochore Abkühlung

Isochore

$$v = \text{const.} \quad (n \rightarrow \infty)$$



Falls Intuition nicht da, hier die Herleitung

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

$$pV = R T$$

$$V = \text{const.}$$

$$n\bar{R} = \text{const.}$$

$$T \searrow \Rightarrow P \searrow$$



Prozess 4-1:

Polytrope Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

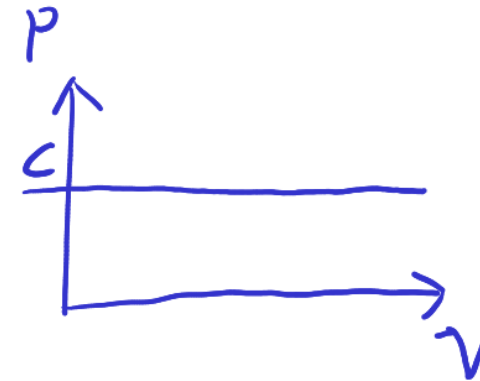
 $(n: \text{Polytropenexponent})$

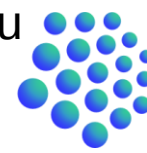
Steigung im Vergleich mit Isotherm?

$$pV^n = C \Rightarrow p = \frac{C}{V^n}$$

$$n \rightarrow 0 :$$

$$\Rightarrow p = \frac{C}{V^0} = \frac{C}{1} = C$$





Prozess 4-1:

Polytrope Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

 $(n: \text{Polytropenexponent})$

Steigung im Vergleich mit Isotherm?

$$pV^n = C \Rightarrow p = \frac{C}{V^n}$$

$$n \rightarrow 1 : \Rightarrow p = \frac{C}{V}$$





Prozess 4-1:

Polytrope Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

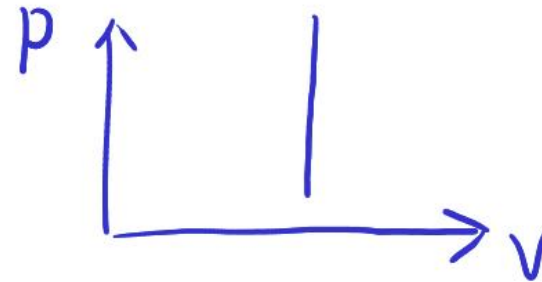
 $(n: \text{Polytropenexponent})$

Steigung im Vergleich mit Isotherm?

$$pV^n = C \Rightarrow p = \frac{C}{V^n}$$

 $n \rightarrow \infty : \Rightarrow \text{Isochore}$

$$v = \text{const.} \quad (n \rightarrow \infty)$$



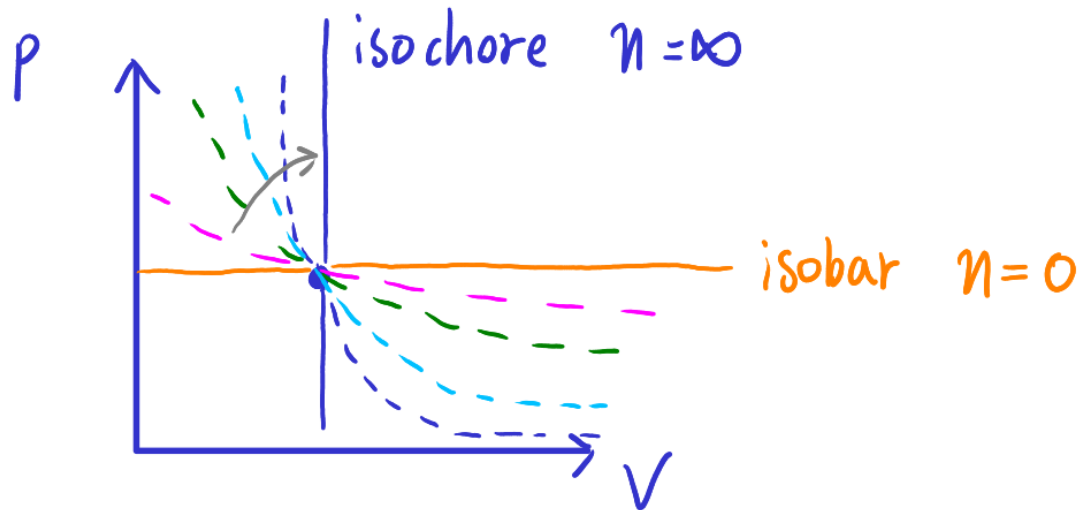
Prozess 4-1: **Polytrope** Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

(n : Polytropenexponent)

Steigung im Vergleich mit Isotherm?



je größer n ist,
desto steiler wird
P-V func.

Prozess 4–1:

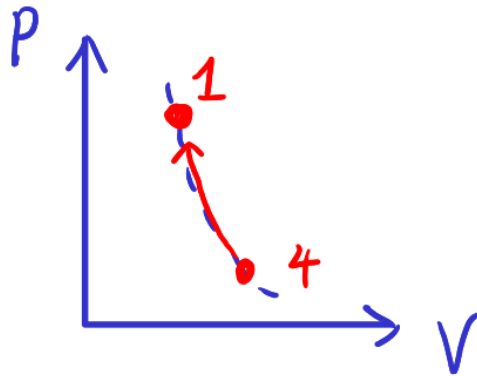
Polytrope Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

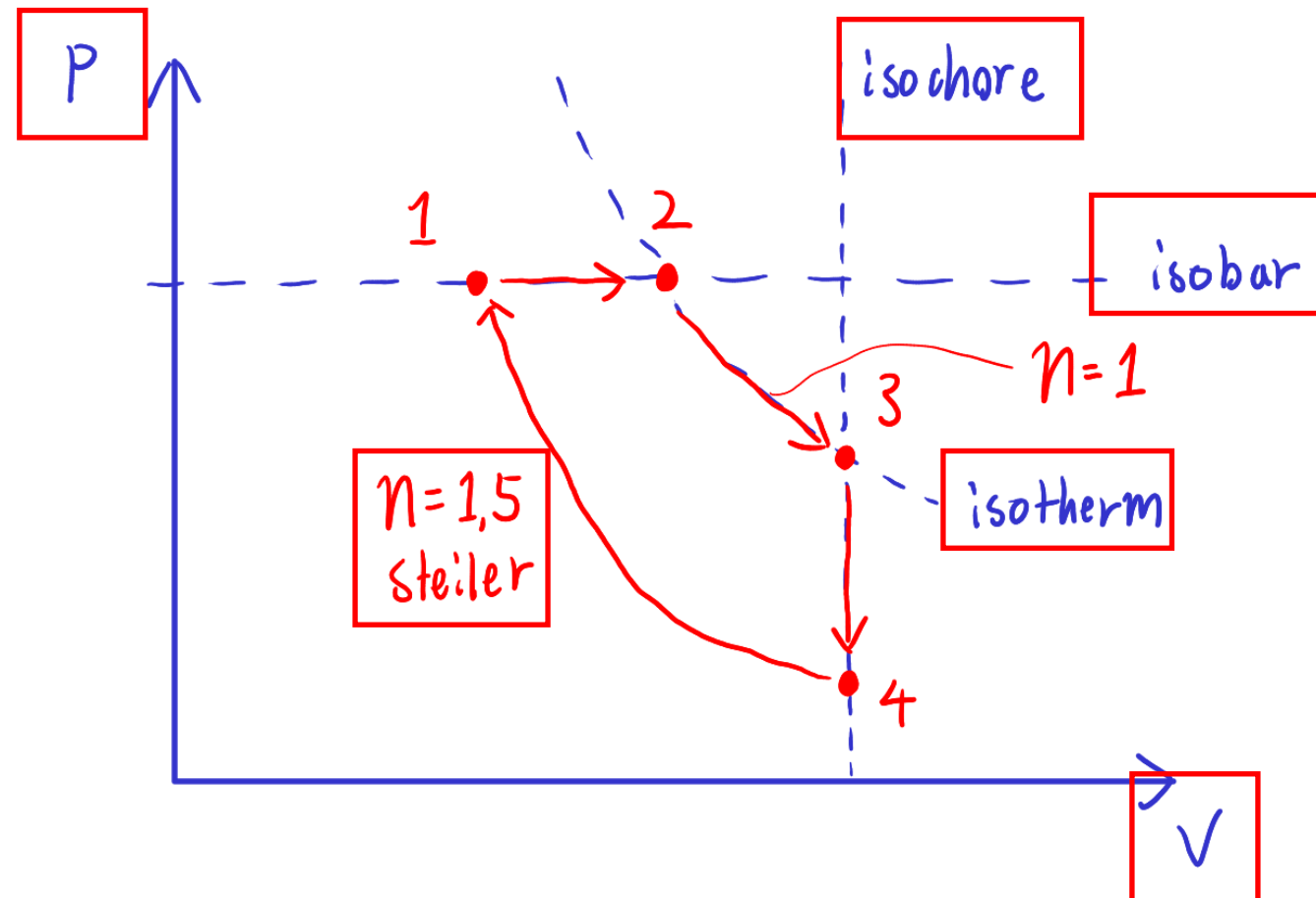
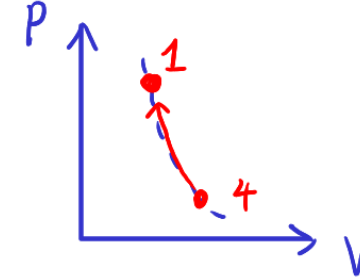
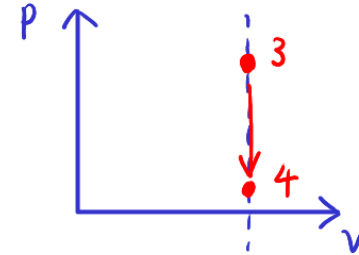
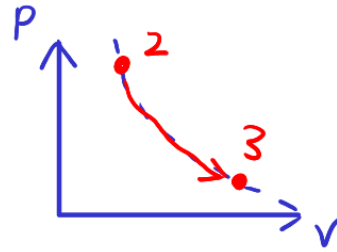
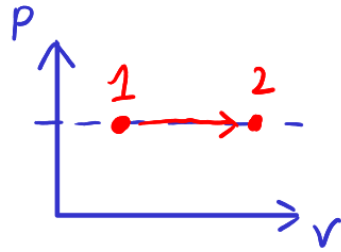
Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

 $(n: \text{Polytropenexponent})$

$n=1.5, \Rightarrow$ Steiler als isotherm $n=1$





b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Aus ZF

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$)

P, V, T von IG: Wenn man 2 Variabel kennt,
dann kann den dritten berechnen.

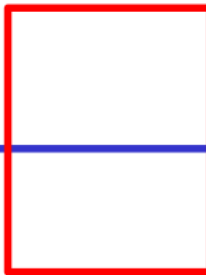
Empfehlen: PVT Tab zu machen, $\Rightarrow$ Übersicht
leichter für Korrektur

Zustand	P	V	T



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 1–2: **Isobare** Expansion von 400 K auf 550 K

Zustand	$P [\text{bar}]$	$V [\text{m}^3]$	$T [\text{K}]$
1			
2			
3			
4			

isobar

isotherm

isochore



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 1–2:

Isobare Expansion von 400 K auf 550 K

Zustand	P [bar]	V [m³]	T [K]
1			400
2			
3			
4			

isobar

isotherm

isochore



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 1–2:

Isobare Expansion von 400 K auf 550 K

Zustand	$P [\text{bar}]$	$V [\text{m}^3]$	$T [\text{K}]$
1			400
2			550
3			
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 1–2: **Isobare** Expansion von 400 K auf 550 K

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1			400
2			550
3			
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 2–3: **Isotherme** Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1			400
2			550
3			
4			

isobar

isotherm

isochore



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 2–3:

Isotherme Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1			400
2			550
3			550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 2–3: **Isotherme** Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1			400
2	10		550
3			550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 2–3: **Isotherme** Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10		400
2	10		550
3			550
4			

isobar

isotherm

isochore



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 2–3:

Isotherme Expansion von 10 bar auf 7.5 bar

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10		400
2	10		550
3	7,5		550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 3–4:

Isochore Abkühlung

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10		400
2	10		550
3	7,5		550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Prozess 4–1: **Polytrope** Kompression zum Ausgangszustand ($n = 1.5$)

?????

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10		400
2	10		550
3	7,5		550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$

$$pv = RT$$

$$pV = mRT$$

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

IG: P,V,T, Wenn man 2 Zustandsvariabel davon kennt, dann kann man das dritte ausrechnen

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10		400
2	10		550
3	7,5		550
4			

isobar

isotherm

isochore

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$) $\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

$$R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$$

① $R = \frac{8,314 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right] \cdot \left[\frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \right]}{28,97} = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

mit $M_{\text{Luft}} = 28,97 \text{ kg/kmol}$ TAB-A1

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

Ideales Gas ($pV = n\bar{R}T$ $pv = RT$ $pV = mRT$) $\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ $R = c_p^{\text{ig}} - c_v^{\text{ig}} = \frac{\bar{R}}{M}$

① $R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$$pV = mRT \Rightarrow V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1}$$

p_1 , T_1 und m sind
geg.

V_1 ist lösbar!

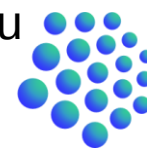
Achtung bei den Einheiten!!!

$$[m^3] = \frac{[kg] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] [K]}{[\text{bar}]}$$

$[\text{bar}] \rightarrow$ kein SI Einheit

$\text{kJ} \rightarrow$ Faktor 1000

$\Rightarrow$ Um zu berechnen, muss die Einheit/Faktor angepasst werden



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad pV = mRT \Rightarrow V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1}$$

$$[m^3] = \frac{[kg] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] [K]}{[\text{bar}]}$$

[bar] → kein SI Einheit
kJ → Faktor 1000

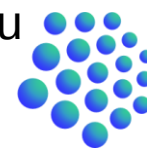
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^2 \text{ kPa} = 100 \text{ kPa}$$

1. Seite von TAB

Faktor 100

Ziel: $[m^3] \sim \frac{[J]}{[Pa]} \sim \frac{[kJ]}{[kPa]}$

Wenn da oben [kJ] steht, [kPa] ist gut so, da die beiden [k] sich wegkreuzen.



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad pV = mRT \Rightarrow V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1}$$

$$[\text{m}^3] = \frac{[\text{kg}] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] [\text{K}]}{[\text{bar}]}$$

[bar] → kein SI Einheit
kJ → Faktor 1000

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^2 \text{ kPa} = 100 \text{ kPa}$$

Faktor 100

$$V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1} = \frac{1,5 \text{ kg} \cdot 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 400 \text{ K}}{10 \text{ bar}}$$

$10 \cdot 1 \text{ bar} = 10 \cdot 100 \text{ kPa} = 1000 \text{ kPa}$

$$= \frac{1,5 \text{ kg} \cdot 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 400 \text{ K}}{10 \cdot 100 \text{ kPa}} =$$

Ziel: $[\text{m}^3] \sim \frac{[\text{J}]}{[\text{Pa}]} \sim \frac{[\text{kJ}]}{[\text{kPa}]}$



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad pV = mRT \Rightarrow V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1}$$

$$[\text{m}^3] = \frac{[\text{kg}] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] [\text{K}]}{[\text{bar}]}$$

[bar] → kein SI Einheit
kJ → Faktor 1000

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^2 \text{ kPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$V_1 = \frac{m_{\text{Luft}} R T_1}{p_1} = \frac{1,5 \text{ kg} \cdot 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 400 \text{ K}}{10 \text{ bar}}$$

Faktor 100

$$10 \cdot 1 \text{ bar} = 10 \cdot 100 \text{ kPa} = 1000 \text{ kPa}$$

$$= \frac{1,5 \text{ kg} \cdot 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 400 \text{ K}}{10 \cdot 100 \text{ kPa}} = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}}$$

$$\text{Ziel: } [\text{m}^3] \sim \frac{[\text{J}]}{[\text{Pa}]} \sim \frac{[\text{kJ}]}{[\text{kPa}]}$$

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

① $R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}}$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10		550
3	7,5		550

Trick über Einheiten

TAB wert sind meistens auf [bar], [kJ]

deswegen rechnet am bestens [bar] auf [kpa] um.

[m³][kpa][kJ][kg][kW][$\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$][K]...

passen in der Rechnung zusammen

⚠ $\frac{w^2}{2}$ KE mit [m/s]² ergibt [J], diese muss zu [kJ]
damit die Korrekter Faktor überall stimmen.

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

① $R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}}$

② geg: $T_2 = 550 \text{ K}$, $P_2 = 10 \text{ bar} = 1000 \text{ kPa}$

$pV = mRT$

Analog: $V_2 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \underline{\underline{0,237 \text{ m}^3}}$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10		550
3	7,5		550
4			

b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

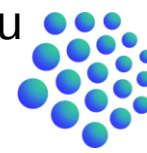
$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}}$$

$$\textcircled{2} \quad V_2 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \underline{\underline{0,237 \text{ m}^3}}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{geg: } T_3 = 550 \text{ K}, \quad p_3 = 7,5 \text{ bar} = 750 \text{ kPa}$$

$$V_3 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_3}{p_3} = \underline{\underline{0,316 \text{ m}^3}}$$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5		550
4			



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}}$$

$$\textcircled{2} \quad V_2 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \underline{\underline{0,237 \text{ m}^3}} \quad V_3 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_3}{p_3} = \underline{\underline{0,316 \text{ m}^3}}$$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4			

Prozess 3–4:

Isochore Abkühlung



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}} \quad \textcircled{2} \quad V_2 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \underline{\underline{0,237 \text{ m}^3}} \quad V_3 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_3}{p_3} = \underline{\underline{0,316 \text{ m}^3}}$$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4		0,316	

$$\textcircled{4} \quad \text{geg: } V_3 = V_4 = 0,316 \text{ m}^3, \quad \textcircled{4} \rightarrow \textcircled{1} \quad n = 1,5$$

Aus ZF

Zustandsänderungen

Polytrope

$$pV^n = \text{const.}$$

(n: Polytropenexponent)

$$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n$$

Gilt immer

$$p_4 V_4^{1,5} = p_1 V_1^{1,5}$$

← P, V von Zustand 1 bereits kennen

$$\downarrow$$

$$p_4 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^{1,5} = 10 \text{ bar} \left(\frac{0,172 \text{ m}^3}{0,316 \text{ m}^3} \right)^{1,5} = \underline{\underline{4,03 \text{ bar}}}$$



b) Bestimmen Sie Temperatur, Druck und Volumen der Luft in jedem Zustand.

$$\textcircled{1} \quad R = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad V_1 = \underline{\underline{0,172 \text{ m}^3}} \quad \textcircled{2} \quad V_2 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \underline{\underline{0,237 \text{ m}^3}} \quad V_3 = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot R \cdot T_3}{p_3} = \underline{\underline{0,316 \text{ m}^3}}$$

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4	4,03	0,316	

$$\textcircled{4} \quad \text{geg: } V_3 = V_4 = 0,316 \text{ m}^3, \quad \textcircled{4} \rightarrow \textcircled{1} \quad n = 1,5$$

$$P_4 = \underline{\underline{4,03 \text{ bar}}}$$

$$pV = mRT$$



$$T_4 = \frac{P_4 V_4}{m R} = \underline{\underline{295,4 \text{ K}}}$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

Zustand	P [bar]	V [m³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
	7,5	0,316	550
	4,03	0,316	295,4

Aus ZF

Spezifische Volumenarbeit
(reversible Änderung
des Systemvolumens)

$$w_{V,12}^{\text{rev}} = \frac{W_{V,12}^{\text{rev}}}{m} = \int_1^2 p \, dv$$

Umformen Herleitung sehe
meine Notizen von Woche 3

$$W_{V,12} = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

1 → 2 : isobar →

↓

$$= P_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = P_1 [V_2 - V_1]$$

[bar] → [kPa] →

↓

$$= 10 \cdot 100 \text{ kPa} [0,237 \text{ m}^3 - 0,172 \text{ m}^3] = \underline{\underline{65 \text{ kJ}}}$$

Herleitung von Formel aus ZF zu anwendbare Formel

Spezifische Volumenarbeit
(reversible Änderung
des Systemvolumens)

$$w_{V,12}^{\text{rev}} = \frac{W_{V,12}^{\text{rev}}}{m} = \int_1^2 p \, dv \quad \text{rev: reversibel}$$

Kalben reibungsfrei ⇒ reversible Arbeit

$$\frac{W_V}{m} = \int_1^2 p \, dv \quad | \cdot m$$

← $P = \text{const}$
 $dv \cdot m = dV$

$$W_V = P \int_1^2 dV$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

Zustand	P [bar]	V [m³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4	4,03	0,316	295,4

$$W_{V,12} = \underline{\underline{65 \text{ kJ}}}$$

$$Q_{12} = ?$$

1, HS

- Geschlossenes System an einem Kolben:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j \dot{Q}_j - \sum_n \dot{W}_{V,n}$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \sum_j Q_j - \sum_n W_{V,n}$$

Energie

Gesamte Energie: $\underline{E = U + KE + PE}$

Bilanzgleichung aufstellen

$$\underline{\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q_{12} - W_{V,12}}$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4	4,03	0,316	295,4

$$W_{V,12} = \underline{\underline{65 \text{ kJ}}}$$

$$Q_{12} = ?$$

Vereinfachung $\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q_{12} - W_{V,12}$

Für Gase, KE, PE vernachlässigen

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q_{12} - W_{V,12}$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

Zustand	P [bar]	V [m³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4	4,03	0,316	295,4

$$W_{V,12} = \underline{\underline{65 \text{ kJ}}} \quad Q_{12} = ?$$

Lösen $\Delta U = U_2 - U_1 = Q_{12} - W_{V,12}$

$$U_2 - U_1 = m u_2 - m u_1 = m [u_2 - u_1]$$

$$u_2(T=550\text{K}) = 396,86 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1(T=400\text{K}) = 286,76 \text{ kJ/kg}$$

aus TAB-A22

$$\Delta U = 166,05 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow Q_{12} = \Delta U + W_{V,12} = \underline{\underline{231,05 \text{ kJ}}}$$

ML: 231 kJ ✓

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\approx$ Perfektes Gas

Da die Temp. Differenz klein ist, $C_v(T) \approx C_v = \text{const.}$

- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$

dann C_v für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid !

- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_v^{\text{pg}} = \text{const.} \quad c_p^{\text{pg}} = \text{const.} \quad \kappa = \frac{c_p^{\text{pg}}}{c_v^{\text{pg}}} = \text{const.}$$

$$\underline{u^{\text{pg}}(T_2) - u^{\text{pg}}(T_1) = c_v^{\text{pg}}(T_2 - T_1)}$$

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg

① Mitte Temp.

Zustand	P [bar]	V [m ³]	T [K]
1	10	0,172	400
2	10	0,237	550
3	7,5	0,316	550
4	4,03	0,316	295,4

$$\bar{T} = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = \frac{1}{2} (400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$$

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\propto$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \propto c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_p^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk} (T_2 - T_1)$$

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\approx$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \approx c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw. Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_v^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② c_v finden $c_v @ 450 \text{ K} = 0,733 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
 $c_v @ 500 \text{ K} = 0,742 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

aus TAB-A20

475K nicht auf TAB

TABLE A-20

Ideal Gas Specific Heats of Some Common Gases (kJ/kg · K)

Temp. K	c_p	c_v	k	c_p	c_v	k	c_p
	Air			Nitrogen, N ₂			
250	1.003	0.716	1.401	1.039	0.742	1.400	0.91
300	1.005	0.718	1.400	1.039	0.743	1.400	0.91
350	1.008	0.721	1.398	1.041	0.744	1.399	0.92
400	1.013	0.726	1.395	1.044	0.747	1.397	0.94
450	1.020	0.733	1.391	1.049	0.752	1.395	0.95
500	1.029	0.742	1.387	1.056	0.759	1.391	0.97

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\approx$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $C_v(T) \approx C_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw. Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann C_v für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_p^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② C_v finden $C_v @ 450 \text{ K} = 0,733 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
 $C_v @ 500 \text{ K} = 0,742 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

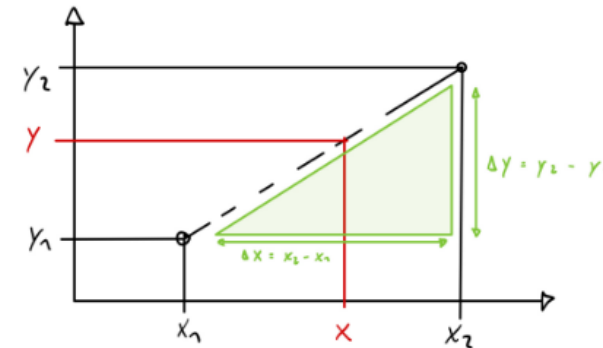
aus TAB-A20

475K nicht auf TAB

lerp. lerp. steht für "linear interpolation"

Tabellen-Werte Linear Interpolieren

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\approx$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \approx c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw. Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_p^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② c_v finden $c_v @ 450 \text{ K} = 0,733 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
 $c_v @ 500 \text{ K} = 0,742 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

aus TAB-A20

475K nicht auf TAB

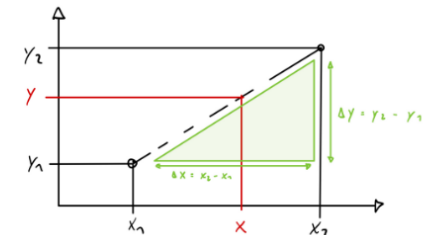
lerp.

lerp. steht für "linear interpolation"

Tabellen-Werte Linear Interpolieren

$$c_v @ 475 \text{ K} = \frac{(0.742 - 0.733) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{(500 - 450) \text{ K}} \cdot (475 \text{ K} - 450 \text{ K}) + 0.733 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$



c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\propto$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \propto c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_p^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② c_v finden $c_v @ 450 \text{ K} = 0,733 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
 $c_v @ 500 \text{ K} = 0,742 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

aus TAB-A20

475K nicht auf TAB

lerp.

475K ist Mittelwert von 450K und 500K

$$c_v = \frac{1}{2}(0,733 + 0,742) \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} = 0,7375 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\approx$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \approx c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw. Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{\text{PG}} = \text{const.}, \quad c_v^{\text{PG}} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{\text{PG}}}{c_v^{\text{PG}}} = \text{const.}$$

$$u^{\text{PG}}(T_2) - u^{\text{PG}}(T_1) = c_v^{\text{PG}}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② c_v finden $c_v = \frac{1}{2}(0,733 + 0,742) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = 0,7375 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$

③ Lösen

$$\Delta U_{12} = m \cdot \Delta u_{12} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 1,5 \text{ kg} \cdot 0,7375 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (550 \text{ K} - 400 \text{ K})$$

$$u^{\text{PG}}(T_2) - u^{\text{PG}}(T_1) = c_v^{\text{PG}}(T_2 - T_1)$$

$$= 165,9375 \text{ kJ}$$

c) Berechnen Sie die Arbeit $W_{V,12}$ und den Wärmeübergang Q_{12} von Zustand 1 nach 2.

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air $\propto$ Perfektes Gas
Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \propto c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw. Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
dann c_v für diese $\bar{T}$ finden, otherwise this Approx. not Valid!
- dann mit Ansatz

Perfektes Gas

$$c_p^{pk} = \text{const.}, \quad c_p^{pk} = \text{const.}, \quad \kappa = \frac{c_p^{pk}}{c_v^{pk}} = \text{const.}$$

$$u^{pk}(T_2) - u^{pk}(T_1) = c_v^{pk}(T_2 - T_1)$$

2. Lösungsweg

① Mitte Temp. $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(400 + 550) \text{ K} = 475 \text{ K}$

② c_v finden $c_v = \frac{1}{2}(0,733 + 0,742) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = 0,7375 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$

③ Lösen

$$\Delta U_{12} = 165,9375 \text{ kJ} \quad \Rightarrow \quad Q_{12} = \Delta U + W_{V,12} = \underline{\underline{230,9375 \text{ kJ}}}$$

65kJ

ML: 231 kJ ✓

Hier sieht man auch, 2 Lösungsweg gleiche - ähnliche Resultat liefert, aber einer ist deutlich komplizierter.

Tipp: Wenn **IG**, Falls möglich, immer TAB-Wert* nehmen

schnell für $u(T)$, $h(T)$, mach keine IG $\rightarrow$ PG Approximation! langsam

Falls **PG**, wird es klar in Aufgabestellung angegeben, C_p , C_v werden dabei auch geg. Dann muss man **nur** damit berechnen und keine $u(T)$, $h(T)$ TAB-Wert*!

* TAB-A22, usw.

Danke für die Aufmerksamkeit!





Selbstrechenübung

Feedback

